

## Vizsgakérdések (Algebra4 Matematikus), max. 4-esért

Minden tételpárban az *a*) jelű tételt kell bizonyítani.

1. *a*) Testbővítések,  $K$ -homomorfizmusok, kiterjesztési tétel  $\text{Hom}_K(L(\alpha), M)$ -re,  $\text{Hom}_K(K(\alpha), L)$  kapcsolata a minimálpolinom  $L$ -beli gyökeinek számával.  
*b*) A csoportalgebra definíciója.
2. *a*) Tökéletes testek jellemzése a Frobenius endomorfizmussal, illetve a karakterisztikával.  
*b*) Wedderburn–Artin tétel.
3. *a*) Galois-bővítések ekvivalens jellemzései.  
*b*)  $\mathbb{R}$  feletti véges dimenziós algebrák.
4. *a*) Körosztási, ill. radikálbővítések Galois-csoportja.  
*b*) Csoportrepresentációk, karakterek (definíciók).
5. *a*) A Galois-elmélet főtétele.  
*b*) Frobenius tétele az  $\mathbb{R}$  feletti végesdimenziós asszociatív algebrákról.
6. *a*) Véges testek jellemzése.  
*b*) Csoportrepresentáció karaktere.
7. *a*) Wedderburn tétele véges ferdetestekről.  
*b*) Adjungált funktorpár definíciója.
8. *a*) Egyenletek gyökjelekkel való megoldhatósága, szerkesztések.  
*b*) Ortogonalitási relációk.
9. *a*) A tenzorszorzat konstrukciója.  
*b*) Szeparábilis bővítések ekvivalens jellemzései.
10. *a*) Kategóriák és funktorok, példák. A tenzor és Hom egymás adjungáltjai.  
*b*) A kvadratikus reciprocitási tétel.
11. *a*) Féligegyszerű modulusok és féligegyszerű gyűrűk ekvivalens jellemzései (A Jacobson radikális jellemzés és a Wedderburn–Artin nem kell).  
*b*) A tenzorszorzat definíciója.
12. *a*) A Jacobson radikál ekvivalens jellemzései, Nakayama lemma.  
*b*) Hilbert 90-es tétele.
13. *a*) Csoportalgebra, Maschke tétele.  
*b*)  $\text{Hom}_K(L, M)$  definíciója.
14. *a*) Frobenius tétele a végesdimenziós  $\mathbb{R}$  feletti asszociatív algebrákról.  
*b*) Szerkeszthetőség feltétele.